Abitur 2000 - Grundkurs Mathematik / Vorschlag A

Aufgabe I:

Gegeben ist die Funktion f durch $f(x) = x \cdot e^{2x+2}$ **mit x** $\in$ ***R*.**

a) Untersuchen Sie den Funktionsgraphen auf Schnittpunkte mit der x-Achse, Hoch-, Tief- und Wendepunkte sowie auf Asymptoten. Zeichnen Sie den Graphen der Funktion für $-2{,}5 \leq x \leq 0{,}25$. (Maßstab 1 Einh. = 2 cm)

b) Bestätigen Sie, dass F mit $F(x) = (\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}) \cdot e^{2x+2}$ mit x $\in$ ***R*.** eine Stammfunktion von f ist.

c) Der Graph von f(x) schließt mit der x-Achse und der Geraden mit der Gleichung x = -1 eine Fläche ein. Berechnen Sie deren Inhalt.

d) Die Gerade mit der Gleichung x = a (-2 ≤ x ≤ 0) schneidet die x-Achse im Punkt Q und den Graphen von f(x) im Punkt R.
Der Ursprung O(0|0) und die Punkte Q und R sind Eckpunkte eines Dreiecks.
Bestimmen Sie a so, dass der Flächeninhalt dieses Dreiecks maximal wird!

Aufgabe II:

In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte
A(0 | -4 | 1) , B(3 | 0 | 5) , C(5 | -4 | -3) und P(8 | -2 | 2) gegeben.

a) Zeigen Sie, dass die Punkte A, B und C nicht auf einer Geraden liegen!

b) Die Ebene E geht durch den Punkt A und steht senkrecht auf der Geraden durch die Punkte B und C. Geben Sie eine Gleichung der Ebene E an!

c) Bestimmen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes S der Ebene E und der Geraden BC. Berechnen Sie auch den Abstand des Punktes A von der Geraden BC!
{Zur Kontrolle: S(4 / -2 /1)}

d) Eine zweite Ebene H geht durch die Punkte A, B und C. Geben Sie die Gleichung dieser Ebene an!

e) Zeigen Sie, dass der Punkt P nicht in der Ebene H liegt, aber ein Punkt der Ebene E ist!

Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner (nicht programmierbar) und Tabelle zur Wahrscheinlichkeitsrechnung