Hinweise für den Prüfling

Einlese- und Auswahlzeit (insgesamt): 30 Minuten

Bearbeitungszeit (insgesamt): 180 Minuten

Auswahlverfahren

Den vorliegenden Vorschlag aus dem Fachgebiet **Lineare Algebra / Analytische Geometrie** hat Ihre Prüferin / Ihr Prüfer für Sie ausgewählt.

Erlaubte Hilfsmittel

1. Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung
2. wissenschaftlich-technischer Taschenrechner (TR) ohne Graphik, ohne CAS **oder**
   graphikfähiger Taschenrechner (GTR) ohne CAS **oder**
   computeralgebrafähiger Taschencomputer / Computeralgebrasystem auf einem PC (CAS)
3. gedruckte Formelsammlung der Schulbuchverlage

Sonstige Hinweise

keine

In jedem Fall vom Prüfling auszufüllen

Name: ________________________________ Vornane: ______________________

Prüferin / Prüfer: ___________________________ Datum: _____________

Lineare Algebra – Analytische Geometrie

Drei Flugzeuge werden vom Tower eines Flughafens beobachtet. Der Tower befindet sich im Punkt T (699 | – 100 | 0); die Ausmaße des Towers werden bei den folgenden Rechnungen vernachlässigt.
Es gilt: Längenangaben in km, Zeitangaben in Stunden

Die Flugbahn f_1 des ersten Flugzeugs F_1 ist bestimmt durch

$$f_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} -40 \\ -50 \\ 4 \end{pmatrix} + t_1 \begin{pmatrix} 200 \\ 300 \\ 2 \end{pmatrix}, \; t_1 \in \mathbb{R}.$$

Das heißt: Zum Zeitpunkt $t_1 = 0$ befindet sich das Flugzeug F_1 im Punkt A (– 40 | – 50 | 4) und bewegt sich in einer Stunde um $\begin{pmatrix} 200 \\ 300 \\ 2 \end{pmatrix}$ weiter durch den Raum.

Die Flugbahn f_2 des Flugzeugs F_2 wird in analoger Weise bestimmt durch

$$f_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 160 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 400 \\ 8 \end{pmatrix}, \; t_2 \in \mathbb{R}.$$

Aufgaben

1.1 Zeigen Sie, dass sich die Flugbahnen f_1 und f_2 kreuzen und prüfen Sie, ob die beiden Flugzeuge zusammenstoßen, wenn die Beobachtung zum Zeitpunkt $t_1 = t_2 = 0$ beginnt.

1.2 Berechnen Sie den Betrag des Richtungsvektors von f_1 und deuten Sie das Ergebnis im Sachzusammenhang.

1.3 Überprüfen Sie, ob es einen Zeitpunkt t_H gibt, zu dem sich die Flugzeuge in gleicher Höhe befinden.

(16 BE)

2. Erklären Sie die Zeilen (1) bis (3) des untenstehenden Kastens im Sachzusammenhang und deuten Sie das Ergebnis in Zeile (3).

(1) Es gilt: $\overrightarrow{TF_1} = -\vec{t} + \vec{a} + r \cdot \vec{u} = \begin{pmatrix} -699 \\ 100 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -40 \\ -50 \\ 4 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 200 \\ 300 \\ 2 \end{pmatrix}$, $r \in \mathbb{R}$.

(2) Aus $0 = \overrightarrow{TF_1} \cdot \vec{u} = \left[\begin{pmatrix} -699 \\ 100 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -40 \\ -50 \\ 4 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 200 \\ 300 \\ 2 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 200 \\ 300 \\ 2 \end{pmatrix}$ folgt $r \approx 1{,}021$.

(3) Damit ergibt sich: $\overrightarrow{TF_1^*} = \begin{pmatrix} -534{,}8 \\ 356{,}3 \\ 6{,}042 \end{pmatrix}$ und $\left|\overrightarrow{TF_1^*}\right| \approx 642{,}6$.

(8 BE)

3. Im Punkt $P_3\ (300 \mid -500 \mid 2)$ fliegt ein drittes Flugzeug F_3 näherungsweise auf einer geradlinigen Flugbahn mit dem Richtungsvektor $\vec{u} = \begin{pmatrix} 100 \\ 100 \\ -0{,}5 \end{pmatrix}$ in Richtung Flughafen, der in der x_1x_2-Ebene liegt. Berechnen Sie den Landepunkt (Aufsetzpunkt) B.

(6 BE)