

Hinweise für den Prüfling

Einlese- und Auswahlzeit (insgesamt): 30 Minuten

Bearbeitungszeit (insgesamt): 180 Minuten

Auswahlverfahren

Wählen Sie von den zwei vorliegenden Vorschlägen aus dem Fachgebiet **Analysis** einen zur Bearbeitung aus. Der nicht ausgewählte Vorschlag muss am Ende der Einlesezeit der Aufsicht führenden Lehrkraft zurückgegeben werden.

Erlaubte Hilfsmittel

1. Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung
2. wissenschaftlich-technischer Taschenrechner (TR) ohne Graphik, ohne CAS
3. gedruckte Formelsammlung der Schulbuchverlage

Sonstige Hinweise

keine

In jedem Fall vom Prüfling auszufüllen

Name: _____	Vorname: _____
Prüferin / Prüfer: _____	Datum: _____

Analysis

Beim radioaktiven Zerfall wandeln sich Atome eines Isotops unter Aussendung von Strahlen in Atome eines anderen Isotops um.

Der Term der (Zerfalls-)Funktion f_A gibt die zum Zeitpunkt t noch vorhandene Masse des radioaktiven Isotops A an. Diese Funktionsgleichung ist stets vom Typ $f(t) = a \cdot e^{kt}$. Die Konstante a gibt die zum Zeitpunkt $t = 0$ vorhandene Masse von A an.

Die Halbwertszeit t_H gibt die Zeitdauer an, nach der nur noch die Hälfte der Masse des Isotops A vorhanden ist.

Die Zerfallsprodukte können ebenfalls radioaktiv und somit Ausgangspunkt weiterer Zerfälle mit anderen Halbwertszeiten sein. Die Gesamtmasse der vorliegenden Substanzen bleibt (annähernd) gleich.

Aufgaben

1. Das radioaktive Isotop A (Jod 131) hat eine Halbwertszeit von $t_H = 8,02$ Tagen; zu Beginn der Untersuchung liegen $1,2$ g vor.

Leiten Sie den Term der Funktion f_A her und skizzieren Sie den Graphen von f_A in einem (mit Skalen versehenen) Koordinatensystem. (Die Angabe von Einheiten ist nicht erforderlich.)

$$[\text{zur Kontrolle: } f_A(t) = 1,2 \cdot e^{-0,0864 \cdot t}]$$

(9 BE)

2. Beschreiben Sie den mathematischen Zusammenhang zwischen der Funktion f_A und der Zerfallsgeschwindigkeit. Bestimmen Sie den Funktionsterm für die Zerfallsgeschwindigkeit (in Abhängigkeit von der Zeit t in Tagen).

Berechnen Sie die Zerfallsgeschwindigkeit zu Beginn sowie nach 8 und nach 16 Tagen.

(8 BE)

3. Die Funktion g beschreiben Sie (ebenfalls in Abhängigkeit von der Zeit t in Tagen) die Masse der entstandenen Zerfallsprodukte.

- Skizzieren Sie den Graphen von g (Sie können die Skizze aus Aufgabe 1 entsprechend ergänzen) und bestimmen Sie den zugehörigen Term.
- Bestimmen Sie den Zeitpunkt, zu dem die noch vorhandene Masse des Isotops A und die Masse der entstandenen Zerfallsprodukte gleich groß sind.
- Beschreiben Sie anschaulich das Verhalten des Graphen von g für zunehmende Werte von t und begründen Sie sein Verhalten für $t \rightarrow \infty$ anhand des Terms.

(8 BE)

4. Für die Zerfallsgeschwindigkeit (Zeit t hier in Minuten) des radioaktiven Isotops B (Wismut 211), von dem zu Beginn der Untersuchung 900 mg vorhanden sind, gilt:

$$f_B'(t) = -288,81 \cdot e^{-0,3209 \cdot t}$$

Leiten Sie aus f_B' die Zerfallsfunktion her und bestimmen Sie die Halbwertszeit von B.

[zur Kontrolle: $f_B(t) = 900 \cdot e^{-0,3209 \cdot t}$]

(7 BE)

5. Beim Zerfall des Elements B entsteht ein neues Element C (Thallium 207), das selbst wieder radioaktiv ist und eine Halbwertszeit von 4,79 Minuten hat.

Für das Element C gilt: $f_C(t) = 882,6 \cdot (1 - e^{-0,3209 \cdot t}) \cdot e^{-0,1447 \cdot t}$

Skizzieren Sie den Graphen von f_C und bestimmen Sie den Zeitpunkt, zu dem die Masse von C am größten ist (die Bestätigung des Extremwertes mit einer hinreichenden Bedingung ist nicht gefordert).

(8 BE)